REVISTA BRASILEIRA DE FILOSOFIA E HISTÓRIA
ISSN:2447-5076

Aplicações da transformada de Fourier: A grande descoberta do século XIX

Applications of the Fourier transform: The great discovery of the 19th century

Aceito para publicação em: 20/05/2024
DOI: 10.18378/rbfh.v13i2.10511

Flávio Franklin Ferreira de Almeida[1]
Márcia Janiele Nunes da Cunha Lima[2]
André Luiz Dantas Bezerra[3]
João Victor Nunes de Sousa[4]
José Jefferson da Silva Nascimento[5]
Rubilene Agra da Silva[6]
Alana Kelly Maia Macedo Nobre de Lima[7]
Aurilene Josefa Cartaxo de Arruda Cavalcanti[8]
Yvson Nunes Figueiredo[9]
Anubes Pereira de Castro[10]
Diego José Araújo Bandeira[11]

Resumo: Neste trabalho são apresentados resultados analíticos a respeito da aplicabilidade da Transformada de Fourier no processamento de sons. Fez-se um estudo simplificado do desenvolvimento matemático de Fourier para funções ou sinais: contínuos ou discretizados em uma ou duas dimensões, periódicos ou não, apresentando e provando algumas de suas propriedades importantes no tratamento dos sons. O presente trabalho teve como objetivo principal realizar uma pesquisa bibliográfica acerca da série de Fourier e suas transformadas com a aplicação na compactação das ondas sonoras. Foram utilizados textos de PEREIRA (2021), SOUZA (2022) e MACHADO (2023).Como resultado, verificou-se que a Transformada contribuiu significativamente para a existência da música compactada no modo de streaming, transformando grandes arquivos em pequenos arquivos.

[1] Mestre em Economia da Empresa pela Universidade Federal da Paraíba-UFPB (2004). Aluno especial do Doutorado no Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos. E-mail: flavioalmeida@fiponline.edu.br

[2] Formada em Enfermagem pela FASER. Doutoranda em Engenharia de Processos pela UFCG. Doutoranda em Sociologia pela UFPB. Mestre em Sistemas Agroindustriais pela UFCG. E-mail: marciacunhalimaufcg@gmail.com

[3] Mestrado em sistemas agroindustriais, UFCG, Brasil, Doutorando em Engenharia de processo. UFCG.
E-mail: dr.andreldb@gmail.com

[4] Mestre em Engenharia Mecanica pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG Aluno do Doutorado no Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos. E-mail: joao.vns@hotmail.com

[5] Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba. Atualmente é PROFESOR TITULAR da Universidade Federal de Campina Grande e também docente e orientador de Doutorado no Programa de pós graduação em Engenharia de Processos. E-mail: jose.jefferson@professor.ufcg.edu.br

[6] Graduada em administração pelo UNIPÊ e Aluna do Doutorado no Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos. E-mail:E-mail: rubileneagra@hotmail.com

[7] Doutora em Ciências Odontológicas. Docente da UFCG/CFP. E-mail: alana.kelly@professor.ufcg.edu.br

[8] Doutora em Ciências pela FIOCRUZ- RJ. Professora Associada IV / CCS/ UFPB. E-mail: aurilene_cartaxo@hotmail.com

[9] Graduando em Engenharia da Computação – UFPB. E-mail: yvsonnunes7@gmail.com.

[10] Doutorado em Saúde Pública ENSP/FIOCRUZ. Docente na UFCG. anubes.pereira@professor.ufcg.edu.br

[11] Doutor em Engenharia de Processos pela UFCG. Docente da – UEAP.E-mail: diegoimperium8@gmail.com

Palavras-Chave: Transformada de Fourier, tratamento, sons, compactação.

Abstract: In this work, analytical results are presented regarding the applicability of the Fourier Transform in sound processing. A simplified study was made of Fourier's mathematical development for functions or signals: continuous or discretized in one or two dimensions, periodic or not, presenting and proving some of its important properties in the treatment of sounds. The main objective of this work was to carry out a bibliographical research on the Fourier series and its transforms with their application to the compression of sound waves. Texts by PEREIRA (2021), SOUZA (2022) and MACHADO (2023) were used. As a result, it was found that Transformada contributed significantly to the existence of compressed music in streaming mode, transforming large files into small files.

Keywords: Fourier transform, treatment, sounds, compression.

INTRODUÇÃO

Inicialmente é importante frisar que a Transformada de Fourier é uma transformação de integrais de f(t) no domínio do tempo para o domínio da frequência. É uma técnica utilizada principalmente no processamento de sinais e tem como objetivo a transformação de um sinal (função) do domínio do tempo para o domínio de frequência (GONZALEZ, 1992).

Este artigo é muito importante sob o ponto de vista do estudo da Transformada de Fourier que são da amplitude na frequência que advém das Séries de Fourier, pois são amplitudes no tempo, assim, existe uma gama de aplicações do ponto de vista tecnológico desta grande descoberta, pois a visão dos ruídos de frequência são retiradas, assim tem o seu uso na música e nas telecomunicações. A descoberta da Transformada de Fourier foi um salto na área de música, pois ai surge os grandes sistemas para compactação, como por exemplo, Compact Disc (CD), Digital Versatile Disc (DVD), pen drive, entre outros.

Na área da saúde, também pode ser aplicada na espectroscopia por infravermelho com transformada de Fourier (FT-IR), pois surge como uma nova abordagem de análise de dados, e, associada a softwares de análise multivariada, torna-se uma perspectiva no diagnóstico de parâmetros relacionados à saúde.

A característica da transformada de Fourier, que a torna uma relevante ferramenta de análise, é a sua aptidão para decompor funções não periódicas, tais como sinais resultantes de sensores que captam vibrações de máquinas, ou um sinal sonoro complexo, em uma série de funções de uma base ortonormal, composta por senos e cossenos.

Sendo assim, tendo como uma poderosa ferramenta matemática a Transformada de Fourier que se tornou onipresente amplamente utilizada no campo da pesquisa, incluindo processamento de sinais e análise de dados, se tornando essencial sua aplicação da Transformada de Fourier em análise e manipulação de áudio, pois permite insights únicos sobre as características dos sons e possibilita o desenvolvimento de tecnologias avançadas. De fato, no artigo De Montserrat às ressonâncias do piano: uma análise com descritores de áudio de Rossetti e Manzoll (2017), o Fourier é usado para criar descritores de áudio que apoiam a análise de vários aspectos musicais. Como os sinais sonoros se desdobram em sinais de frequência, é possível descobrir o timbre, a harmonia e o ritmo, bem como diversos outros componentes musicais.

A ideia básica por trás da transformada de Fourier é decompor um sinal em seus componentes de frequência. Isso significa que podemos representar um sinal em termos das frequências que o compõem, o que fornece uma perspectiva diferente e muitas vezes mais útil para a análise e síntese do sinal.

A transformada de Fourier é usado para decompor um sinal em seus componentes de frequência, permitindo que seu comportamento seja estudado no domínio da frequência e não no domínio do tempo. A transformada de Fourier é tipicamente denotada como F(ω) onde ω representa a frequência angular.

A transformada de Fourier de uma função f(t)onde t é tempo, é definido pela integral:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \; e^{-j\omega t}\, dt$$

Onde j é a unidade imaginária (em algumas notações também é usado eu), ω é a frequência angular, t Chegou a hora e É a base do logaritmo natural elevado ao poder de um número complexo.

O Resultado F(ω) nos dá uma representação no domínio da frequência do sinal f(t). Isso é útil para analisar a quantidade de cada frequência presente no sinal original, que pode ter aplicações em diversas áreas como processamento de sinais, comunicações, imagem, entre outras.

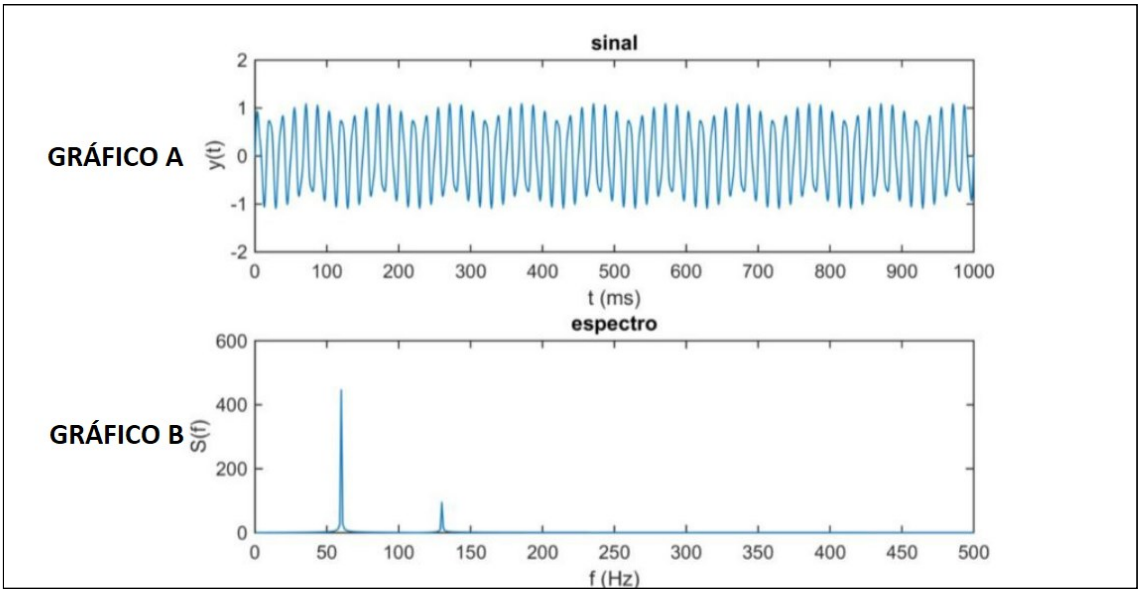
Existem diferentes versões da Transformada de Fourier, como a Transformada de Fourier de Tempo Contínuo (CTFT), a Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT), a Transformada de Fourier de Tempo Contínuo de Magnitude Limitada (BCTFT), entre outras, cada uma com suas aplicações e condições de uso específicas.

Conclui-se que a Transformada de Fourier é uma ferramenta poderosa no tratamento de sons, sendo amplamente utilizada para desenvolvimento de tecnologias de áudio, análise musical, demonstrando sua relevância e aplicabilidade em uma variedade de contextos tecnológicos e científicos

A TRANSFORMADA DE FOURIER

Segundo gizmodo (2015) a transformada de Fourier foi desenvolvida pelo matemático Jean-Baptiste Joseph Fourier e foi originalmente publicada em seu livro "*A Teoria Analítica do Calor"*, de 1822. O objetivo dele era tentar entender como o calor fluía para dentro e em torno de materiais. No processo de estudar este fenômeno, ele obteve sua transformada. Vale salientar que na época da publicação, ele não teria como perceber o qual era importante a contribuição que estava dando não apenas à matemática e à física, mas também à engenharia, à tecnologia e à ciência como um todo, ou seja, as Séries de Fourier podem ser aplicadas em diversas áreas, como em processamento de imagens, condução de calor, sistemas de comunicação, processamento de áudio entre as demais áreas que desempenham naturezas ondulatórias.

Na figura abaixo temos um sinal no tempo que vai ser decomposto em duas frequências, de modo que está demonstrado que o sinal pode decomposto em dois sinais Séries de Fourier, dessa forma temos duas frequências visualizadas no gráfico abaixo, conforme mostra a figura 01:



Fonte: Autoria própria, 2024.

O gráfico A da figura, representa um sinal periódico no tempo, associado a duas ondas com amplitude no tempo, referente a Série de Fourier. No gráfico B, no tempo o sinal decomposto em amplitude na frequência, que na verdade representa a transformada de Fourier ainda baseado nos gráficos acima, percebe-se que o gráfico A é um sinal periódico correspondente a duas ondas associadas à Série de Fourier. Já o Gráfico B, corresponde o sinal na frequência correspondente a transformar de Fourier.

Então, nesse sentido podemos observar que o sinal decomposto na frequência, e pode ser usado nas músicas, na área de saúde, processamento de sinais, telecomunicações, ou seja, as frequências de ruídos são retiradas, essa é a importância fundamental da Transformada de Fourier. Assim, como pode ser visto acima, o sinal no domínio do tempo pode ser "separado" em várias ondas senoidais para formar o sinal no domínio da frequência (espectro).

A FÍSICA DO SOM

Uma onda é qualquer perturbação de caráter físico que se propaga, seja no meio material ou em um campo de vetores, como os campos elétrico e magnético. Segundo a direção de perturbação há ondas transversais, em que são aquelas que a perturbação do meio é perpendicular `a direção de propagação da onda. Enquanto as ondas longitudinais são aquelas em que a direção que percorre a perturbação é paralela à direção da propagação da onda.

No século XVII, houve um grande avanço significativo na compreensão da natureza das ondas. Isso porque, de acordo com Pupin (2011), Joseph Fourier foi pioneiro ao mostrar que é possível expressar qualquer padrão de onda como uma combinação de ondas senoidais e cossenoidais de várias frequências, amplitudes e fases distintas.

Com isso, Fourier (1768 - 1830) desenvolveu a chamada análise das Séries de Fourier, com o intuito de resolver um problema físico relacionado à propagação e difusão de calor. Ele percebeu que séries senoidais com relações harmônicas eram eficazes na representação da distribuição de calor em corpos. Além disso, estabeleceu que qualquer sinal periódico poderia ser representado por meio de uma combinação infinita de senóides (JÚNIOR, 2020).

Dessa forma, a Série de Fourier é uma representação trigonométrica que ajuda a descrever funções que se repetem periodicamente e se estendem infinitamente. Essa série é valiosa porque simplifica a visualização e resolução de funções que seriam mais complexas em outras representações. Além de ser fundamental para resolver Equações Diferenciais, esse conhecimento matemático é aplicado em diversas áreas, como na física quântica e muitas outras. A Série de Fourier é uma maneira de expressar funções periódicas usando funções trigonométricas simples, como senos e cossenos, que também são periódicas e se repetem em intervalos regulares (PEREIRA,2021).

A essência da série de Fourier reside na representação de uma função como uma soma ponderada de funções trigonométricas. Ao contrário das séries de potência, onde as funções são expressas como soma de polinômios, na série de Fourier, utilizamos combinações de senos e cossenos para construir a função desejada (BORIN, 2023). Assim, é comumente empregadas quando lidamos com sinais complexos que são compostos por uma sobreposição de componentes regulares em diferentes amplitudes e frequências. Por exemplo, na óptica, a luz pode ser decomposta nas cores fundamentais do arco-íris, enquanto na música, o som pode ser descrito como uma mistura de tons puros. Portanto, é possível investigar esses sinais no domínio da frequência, também conhecido como domínio de Fourier, utilizando as Séries de Fourier para análise e representação desses fenômenos (MACHADO *et.al*,).

Em consonância com isso, Esteves (2022) afirma que a série de Fourier de uma função pode ser entendida como a combinação linear de uma base específica. Contudo, para que isso seja viável, algumas condições devem ser atendidas. A primeira e mais fundamental é que a função original seja periódica, ou seja, exista um período T tal que $f(t+T) = f(t-T) = f(t)$. Se temos uma função que não se repete periodicamente, precisamos fazer uma adaptação para que seja possível aplicar a série de Fourier. Para isso, escolhemos um intervalo L e repetimos a imagem da função ao longo desse intervalo indefinidamente. Dessa forma, criamos uma nova função que é periódica, com período L, e que mantém as mesmas características da função original ao longo de cada período. Isso permite que seja possível aplicar a série de Fourier e descrever a função de forma mais conveniente (ESTEVES, 2022).

É comum representar o comportamento de uma função em termos de tempo e espaço, mas em certos casos, é necessário um enfoque mais específico para resolver problemas de forma eficiente. Nesse contexto, em 1822, Fourier expandiu o conceito das Séries de Fourier para a Transformada de Fourier, permitindo uma abordagem mais ampla e versátil na análise de funções não periódicas (SILVA E GOMES, 2020). As Transformadas de Fourier possibilitam explorar propriedades em diferentes domínios de funções, o que oferece conveniência na manipulação desses problemas. Esse recurso é amplamente utilizado em diversas aplicações, como na eletricidade, manipulação de música, no processamento digital e em muitos outros campos (PEREIRA, 2021).

Estamos habituados a criar gráficos de funções, muitas vezes em relação ao tempo. No entanto, há situações em que as informações não podem ser expressas apenas em termos de tempo, embora ainda dependam dele. Um exemplo disso são as frequências de rádio, onde a Transformada de Fourier permite traduzir uma função que varia no tempo em uma função que descreve as diferentes frequências presentes. A diferença principal entre as Séries de Fourier e a Transformada de Fourier é que a primeira se aplica apenas a intervalos periódicos, enquanto a segunda é utilizada em casos mais amplos, chamados de aperiódicos, que podem ser intervalos periódicos, mas infinitos (PEREIRA, 2021).

Desse modo, quando falamos da Transformada de Fourier de uma função $\hat{}f(\omega) = f(t)$, é importante que essa função seja absolutamente integrável, o que significa que o valor absoluto da função também deve ser integrável. A exemplo disso, temos uma função que é denotada por $\hat{}f(.)$, e consideramos que ω pertence aos números reais ($\omega \in \mathbb{R}$). Nesse caso, a Transformada de Fourier de uma função f : R → R ou f : R → (C) é dada por $\hat{}f(\omega) = 1 \surd\ 2\pi \int +\infty -\infty\ f(t)\ e\ -i\omega tdt$ (PEREIRA, 2021).

Assim, resumidamente, as Transformadas de Fourier representam uma extensão das Séries de Fourier, surgindo quando o período da função em questão tende ao infinito, aproximando-se de uma função contínua. Essas transformadas permitem simplificar operações extremamente complexas, tornando-as mais claras e compreensíveis. Isso acontece porque elas operam no domínio da frequência, o que simplifica o problema em análise. Além disso, ao transformar o problema, é possível aplicar uma operação inversa na solução, o que pode reduzir a complexidade da resolução (SOUZA, 2022).

Entre as diversas aplicações das Transformadas de Fourier, uma das mais importantes é na resolução de Equações Diferenciais Parciais. Essas equações envolvem uma função que depende de duas ou mais variáveis independentes e suas derivadas parciais em relação a essas variáveis. A capacidade das Transformadas de Fourier de simplificar essas equações é extremamente útil em uma variedade de contextos (SOUZA, 2022). Somado a isso, de acordo com Cavalvanti & Cavalcanti (2009), a combinação da Transformada de Fourier com o conceito de convolução oferece uma ferramenta poderosa e valiosa para analisar e resolver Equações Diferenciais Parciais. Essa abordagem se revela essencial para compreender e lidar com uma variedade de problemas na matemática aplicada e na física teórica.

FUNÇÕES PERIÓDICAS PARA FOURIER

Funções periódicas são aquelas em que os resultados da função (f(x) = y) se repetem em intervalos regulares de valores da variável x. Em outras palavras, em cada período definido pelos valores de x, encontraremos valores da função que se repetem (LUCENA, 2020). Dessa forma, para a utilização e aplicabilidade das Séries e Transformadas de Fourier, é importante relembrar algumas Fórmulas e Integrais Trigonométricas que podem ser adotadas ao longo da resolução do problema desejado, dependendo de cada situação. Abaixo, foi elaborada uma tabela resumindo algumas das principais fórmulas utilizadas.

Tabela 01 - Fórmulas Integrais e Trigonométricas

$sen(m + n)x = sen(mx)cos(nx) + sen(nx)cos(mx)$
$cos(m + n)x = cos(mx)cos(nx) - sen(mx)sen(nx)$
$2sen(mx)cos(nx) = sen[(m + n)x] + sen[(m - n)x]$

$2cos(mx)cos(nx) = cos[(m+n)x] + cos[(m-n)x]$
$2sen(mx)sen(nx) = cos[(m-n)x] - cos[(m+n)x]$
$\int cos(nx)dx = \int sen(nx)dx = \int sen(mx)cos(nx)dx = 0$
$\int cos(mx)cos(nx)dx = \int sen(mx)sen(nx)dx = \begin{cases} \pi, se\ m=n \\ 0, se\ m\neq n \end{cases}$
e $g(t) = g(-t)$
$g(t) = -g(-t)$

Fonte: elaborado pelos autores, 2024.

Com isso, frequentemente, calcular certas transformadas pode ser desafiador, então é comum recorrer a tabelas que contêm as equações correspondentes e suas transformadas para facilitar o processo. Dessa forma, Souza (2022) resumiu as principais fórmulas que são utilizadas com mais frequência ao nos depararmos com problemas que usam, em sua resolução, a Transformada de Fourier.

Tabela 02 - Transformada de Fourier Elementares

Transformadas de Fourier Elementares	
$f(x) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{f})(x)$	$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}(f)(\omega)$
$\chi_{[0,a]}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < a \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1 - e^{-ia\omega}}{i\omega}$
$e^{-ax}u_0(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ e^{-ax}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{a + i\omega}, a > 0$
$\frac{1}{x^2 + a^2}$, para $a > 0$	$\frac{\sqrt{2\pi}}{2a} e^{-a\|\omega\|}$
e^{-ax^2}, para $a > 0$	$\frac{1}{\sqrt{2a}} e^{-\frac{\omega^2}{4a}}$
$f(ax)$, para $a \neq 0$	$\frac{1}{\|a\|} \hat{f}(\frac{\omega}{a})$
$xf(x)$	$i\frac{d\hat{f}}{d\omega}(\omega)$
$f'(x)$	$i\omega\hat{f}(\omega)$
$\int_0^x f(y)dy$	$\frac{\hat{f}(\omega)}{i\omega}$
$f(x - a)$	$e^{-ia\omega}\hat{f}(\omega)$
$e^{iax}f(x)$	$\hat{f}(\omega - a)$
$\hat{f}(x)$	$f(-\omega)$
$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)g(x - y)dy$	$\sqrt{2\pi}\, \hat{f}(\omega).\hat{g}(\omega)$

Fonte: Souza, 2022.

RESUMO GERAL DAS APLICAÇÕES DA TRANSFORMADA DE FOURIER

Som pode ser definido como uma oscilação de pressão percebida em um meio elástico de qualquer fase (sólida, líquida ou gasosa) (TALTY, 1998). O som desempenha um papel fundamental na sociedade atual e suas gravações têm uma importância significativa em diversas áreas, com tendência a aumentar cada vez mais, à medida que novas tecnologias e formas de expressão sonora surgem. Dentre os segmentos da sociedade contemporânea em que o som é fundamental, podem ser citados:

a) *Comunicação*: O som é uma forma essencial de comunicação humana. Desde conversas cotidianas até transmissões de rádio, *podcasts* e chamadas de vídeo, o som desempenha um papel crucial na troca de informações e na conexão entre as pessoas;
a)
b) *Entretenimento*: Música, cinema, jogos e outras formas de entretenimento dependem fortemente do som para criar experiências imersivas e envolventes. As gravações de som possibilitam a preservação e a distribuição de obras artísticas e culturais, permitindo que pessoas ao redor do mundo desfrutem de uma ampla variedade de conteúdos;
b)
c) *Educação*: Gravações de som são valiosas ferramentas educacionais. Elas são usadas em salas de aula, cursos online e materiais de estudo para apresentar informações de forma acessível e eficiente;
c)
d) *Memória e História*: Gravações de som têm um papel importante na preservação da história e da cultura. Elas documentam eventos históricos, testemunhos de pessoas e tradições culturais, proporcionando uma forma de registrar e transmitir o conhecimento para as gerações futuras;
d)
e) *Pesquisa Científica*: Em campos como a medicina, a fonoaudiologia, a psicologia e a acústica, as gravações de som são ferramentas essenciais para coletar dados e realizar pesquisas. Elas permitem estudar fenômenos sonoros complexos, como padrões de fala, sons ambientais e efeitos sonoros em diferentes contextos; e
e)
f) *Comércio e Marketing*: O som desempenha um papel importante no comércio e no marketing, sendo usado para criar identidade de marca, atrair clientes e influenciar comportamentos de compra.

A Transformada de Fourier é uma ferramenta matemática poderosa para analisar sinais, incluindo sinais sonoros. Ela permite decompor um sinal complexo em suas frequências constituintes, fornecendo uma representação no domínio da frequência que é útil para várias aplicações no processamento de sons (ALLEN, 1977; OPPENHEIM e SCHAFER, 2010; CROCHIERE e RABINER, 2011). As principais aplicações da Transformada de Fourier para o tratamento de sons são:

a) *Análise Espectral*: A Transformada de Fourier é frequentemente usada para decompor um sinal sonoro em suas componentes de frequência. Isso permite entender a composição espectral do som, identificando as frequências dominantes e suas amplitudes relativas. Isso é fundamental em muitos contextos, como na análise de áudio para identificação de padrões, detecção de eventos sonoros e diagnóstico de problemas em sistemas de áudio;
f)

b) *Equalização de Áudio*: A equalização de áudio é o processo de ajustar a resposta de frequência de um sinal sonoro. A Transformada de Fourier é usada para analisar a resposta de frequência do sinal e determinar como ela deve ser ajustada para alcançar um resultado desejado. Isso é comumente utilizado em mixagem de áudio, onde diferentes frequências podem ser realçadas ou atenuadas para melhorar a qualidade do som;
g)
c) *Compressão de Áudio*: Em formatos de compressão de áudio, como MP3 e AAC, a Transformada de Fourier é usada em algoritmos de codificação para comprimir os dados de áudio. Ela permite identificar as componentes de frequência menos audíveis e eliminar ou reduzir sua representação no arquivo codificado, reduzindo assim o tamanho do arquivo sem uma perda significativa de qualidade percebida;
h)
d) *Síntese de Áudio*: A partir de uma representação no domínio da frequência obtida pela Transformada de Fourier, é possível sintetizar novos sons combinando diferentes componentes de frequência. Isso é usado em síntese sonora, onde diferentes formas de onda são combinadas para criar timbres e texturas sonoras. Por exemplo, síntese aditiva e síntese de Fourier são técnicas que se baseiam na manipulação das componentes de frequência de um sinal; e
i)
e) *Remoção de Ruído*: A Transformada de Fourier é frequentemente usada em técnicas de filtragem para remover ruído indesejado de sinais sonoros. Ao analisar a representação no domínio da frequência do sinal e do ruído, é possível projetar filtros que atenuem seletivamente as frequências associadas ao ruído, preservando as partes importantes do sinal de áudio.

Como observado, a versatilidade e a capacidade da Transformada de Fourier em representar sinais sonoros no domínio da frequência são fundamentais para uma variedade de aplicações em áudio digital e processamento de sinais.

CONCLUSÃO

Baseado no que foi exposto nas linhas anteriores, conclui-se que a transformada de Fourier é uma função que explica exatamente como as frequências estão sobrepostas no sinal original. A transformada contribuiu significativamente para a existência da música compactada no modo de streaming, como também por “espremer” as imagens visualizadas na internet em pequenos arquivos JPG, e até mesmo pela tecnologia dos fones de ouvido com diminuição, ou retirada de ruídos.

A pesquisa também revelou que foi graças a transformada de Fourier que foi possível gerar o formato de arquivo MP3 no qual permite extrair os componentes de frequência quase imperceptível para economizar espaço, bem como alguns dos que estão na extremidade superior da faixa de audição humana, difícil de ser distinguida.

Tudo isso, possibilitou a geração no tratamento das músicas, no quão foi possível “cortar” o arquivo em milhões de trechos, determinando os componentes de frequência importantes e jogando fora aqueles que são sem importância, restando apenas as mais importantes frequências ou notas que podem ser escutadas nos ouvidos humanos para representar com precisão o áudio original, ocupando menos de um décimo do tamanho original, demostrando assim, a dimensão da importância da transformada de Fourier para a sociedade moderna.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, J.B. **Short Term Spectral Analysis, Synthesis, and Modification by Discrete Fourier Transform**. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 25(3), 235-238. 1997.

ARAÚJO, Jorge Corrêa; MÁRQUEZ, Rosa García. Transformadas de Fourier em seno e cosseno: aplicações no cálculo integral e na equação de Laplace. **CQD-Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, 2017.

BORIN, Luiz Guilherme Fracaroli. **Aplicações das Séries de Fourier.** TCC (Graduação) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos. São Carlos, 2023. 76 f.

CROCHIERE, R.E.; RABINER, L.R. **Multirate Digital Signal Processing**. Prentice Hall. 2011.

ESTEVES, Danilo Freitas. **Uma alternativa rigorosa para o ensino das séries de Fourier.** TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) – Curso de Licenciatura em Matemática. Goiânia: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia, 2022. 63 f.: il.

GONZALEZ, R. & WOODS, R. Digital image processing. EUA: Prentice Hall, 1992. Disponível em: http://sdeuoc.ac.in/sites/default/files/sde_videos/Digital%20Image%20Processing%203rd%20ed.%20-%20R.%20Gonzalez%2C%20R.%20Woods-ilovepdf-compressed.pdf. Acesso em: 29 mar. 2023.

GONÇALVES, Jocimara Campim et al. ESPECTROSCOPIA COM INFRAVERMELHO E TRANSFORMADA DE FOURIER PARA DIAGNÓSTICO DECOVID-19. 1. Produção Científica–Faculdade Multivix Serra, v. 12, n. 2, p. 81.

GIZMODO.uol.com.br/transformada-fourier-usos/ A música digital não existiria sem a transformada de Fourier,2015. Disponível em: https://gizmodo.uol.com.br/transformada-fourier-usos/ Acesso em: 29 mar. 2023

LIMA, E. L. Curso de Análise. Rio de Janeiro, vol. 1, 14ª Edição. Rio de Janeiro: Projeto Euclides, IMPA, 2014.

JÚNIOR, Luiz Gomes Tavares. **Aplicações da série de Fourier em análise de sinais elétricos.** Monografia (Graduação) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Curso de Ciência e Tecnologia. Angicos - RN, 2020. 44 f. : il.

LUCENA, Antonio Eduardo Sena de. **Funções periódicas e quase-periódicas.** Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia. Campina Grande -PB, 2020. 47 f. : il. color.

MACHADO, Rafaella Sousa; LIMA, Thamires Araujo; COELHO, Lucinda Maria de Fátima Rodrigues. SÉRIES DE FOURIER: uma proposta de sequência didática para o Ensino Médio. **Revista Eletrônica do Curso de Licenciatura em Matemática.** Vol. 3, n. 1, 2023.

OPPENHEIM, A.V.; SCHAFER, R.W. **Discrete-Time Signal Processing**. Prentice Hall. 2010

PEREIRA, Juliana Barcelos. **Transformada de Fourier: Definições, Propriedades e Aplicações em Equações Diferenciais Parciais.** Monografia (Graduação) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática. Arraias - TO, 2021. 44 f.

PUPIN, Josiana Rovatti. **Introdução às Séries e Transformadas de Fourier e Aplicações no Processamento de Sinais e Imagens.** 2011. 82 f. TCC 44 (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011. Cap. 7.

Rossetti, Danilo, and Jônatas Manzolli. "De Montserrat às ressonâncias do piano: uma análise com descritores de áudio." Opus 23.3 (2017): 193-221.

SILVA, Eduardo Almeida; GOMES, Eloiza. **Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem das séries de Fourier: uma possibilidade de contextualização da matemática nos cursos de engenharia.** 2020.

SOUZA, Uedson Gaiek Mendes. Uma breve síntese sobre Transformadas de Fourier e suas aplicações para soluções de problemas complexos. **Revista Ciranda**. Montes Claros (MG), Brasil. v. 06, n. 02, p. 223-226, 2022.

TALTY, J.T. **Physics of Sound**. Industrial Hygiene Engineering (Second Edition): Recognition, Measurement, Evaluation and Control, 372-389, 1998.

.