

# MODELAGEM MATEMÁTICA DA CINÉTICA DE SECAGEM DA CASCA DE UMBU-CAJÁ

*Mathematical modeling of drying kinetics of umbu-cajá*

## Resumo:

Este trabalho determinou as curvas de cinética de secagem das cascas do umbu-cajá (*Spondia spp*) nas temperaturas de 60, 70 e 80 °C em estufa com circulação forçada de ar ajustando os dados experimentais obtidos à cinco diferentes modelos matemáticos (Exponencial de Dois Termos, Henderson e Pabis, Logarítmico, Midilli, Page e Thompson). Para determinar qual o melhor modelo ajustado, foram avaliados os coeficientes de determinação ( $R^2$ ), os desvios quadráticos médios (DQM) e a distribuição dos resíduos (DR). As cascas de umbu-cajá apresentaram teores de água iniciais de 83,60% b.u. e final em equilíbrio higroscópico de 10,96% na temperatura de 60 °C; 9,60% em 70 °C e 8,65% em 80 °C. De maneira geral o modelo de Page foi o que melhor se ajustou aos dados experimentais das cinéticas de secagem, apresentando  $R^2 \geq 0,9986$ ,  $DQM \leq 0,0177$  e DR aleatória em todas as temperaturas avaliadas.

## Abstract:

This work determined the drying kinetic curves of the umbu-cajá (*Spondia spp*) bark at temperatures of 60, 70 and 80 °C in a greenhouse with forced air circulation adjusting the experimental data obtained to five different mathematical models (Exponential de Dois Terms, Henderson and Pabis, Logarithmic, Midilli, Page and Thompson). In order to determine the best fit model, the determination coefficients ( $R^2$ ), mean square deviations (DQM) and residue distribution (DR) were evaluated. The umbu-cajá shells had initial water contents of 83.60% b.u. and final in hygroscopic equilibrium of 10.96% at the temperature of 60 °C; 9.60% at 70 °C and 8.65% at 80 °C. In general, the Page model was the one that best fit the experimental data of the drying kinetics, presenting  $R^2 \geq 0.9986$ ,  $DQM \leq 0.0177$  and random DR at all temperatures evaluated.



**Ana Raquel Carmo de Lima,  
Francislaine Suelia Dos Santos,  
Raphaela Maceió da Silva,  
Daniela Dantas Farias Leite,  
Rossana Maria Feitosa de  
Figueiredo**

<sup>1</sup> Engenharia Agrícola, CTRN/Universidade Federal de Campina Grande. E-mail: anakel\_alimentos@hotmail.com

Contato principal

**Ana Raquel Carmo de Lima <sup>1</sup>**



**Palavras chave:** *Spondia spp.*, modelos de secagem, secagem convectiva, desidratação

**Keywords:** *Spondia spp.*, models of drying, convective drying, dehydration



## INTRODUÇÃO

A umbu-cajazeira é uma planta arbórea, da família Anacardiaceae, resultante do cruzamento natural entre a cajazeira (*Spondias mombim*) e o umbuzeiro (*Spondias tuberosa*), cujos frutos, denominados umbu-cajá, possuem elevado potencial de cultivo (SANTANA et al., 2011). Os frutos possuem excelente sabor e aroma, boa aparência e qualidade nutritiva, muito consumidos na forma in natura, apresentando rendimento médio de 55 a 65% em polpa, com potencial para a sua utilização na forma processada como polpa congelada, sucos, néctares e sorvetes (LIMA et al., 2002).

Após o processamento, as frutas geram subprodutos, os quais muitas vezes, não possuem um destino específico, tornando-se contaminantes ambientais e, conseqüentemente, gerando custos operacionais às empresas, pois necessitam de tratamento para o descarte. Dentre os resíduos agroindustriais mais comumente encontrados destacam-se as cascas, sementes e o bagaço (SOUSA et al., 2015). As cascas são constituídas basicamente por carboidratos, proteínas e pectinas, o que possibilita seu aproveitamento para fabricação de inúmeros produtos, podendo-se tornar uma alternativa viável para resolver o problema da eliminação dos resíduos, além de aumentar seu valor comercial (MIGUEL et al., 2008). Entretanto, para aumentar a vida útil durante a estocagem e comercialização, se faz necessário reduzir a quantidade de água dessas cascas e conseqüentemente da sua atividade biológica (SANTOS et al., 2013). A secagem surge, então, como um dos principais processos utilizados pela indústria, auxiliando na conservação e qualidade dos produtos agrícolas.

A secagem é utilizada com o intuito de reduzir o teor de água até níveis seguros para o armazenamento do produto (CORRÊA et al., 2007). Este processo envolve a transferência de calor e massa, influenciando na modificação das atividades biológicas e a estrutura química e física do produto, dependendo das condições e métodos de secagem adotados (RESENDE et al., 2010). A cinética de secagem é uma análise sobre o comportamento da transferência de massa entre o produto e o agente de secagem, e contribui com informações sobre o comportamento do mesmo durante o processo (SIQUEIRA et al., 2012). O estudo da cinética de secagem desperta o interesse de pesquisadores para os mais diversos tipos de produtos. Porém não existem estudos relacionados a respeito dos fenômenos que ocorrem durante a secagem da casca do umbu-cajá. Diante disso, este trabalho teve como objetivo determinar as cinéticas de secagem da casca do umbu-cajá em diferentes temperaturas (60, 70 e 80 °C) e ajustar diferentes modelos matemáticos aos dados experimentais obtidos.

## MATERIAIS E MÉTODOS

A matéria prima utilizada foi o umbu-cajá maduro adquiridos de produtores da cidade de Assu-RN. Foram

processados aproximadamente 40 kg da fruta, onde foram transportados para o LAPPA – Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícola da Unidade Acadêmica de Engenharia Agrícola – UFCG campus Campina Grande, onde foram selecionados e descartados os que apresentavam injúrias mecânicas ou outro estágio de maturação; em seguida, realizou-se a lavagem em água corrente, sanitização em solução de hipoclorito de sódio a 50 ppm com concentração de 0,5 mL para cada 1 litro de água por aproximadamente 15 min e enxague; os frutos foram despulpados em despulpadeira horizontal de aço inoxidável da marca da marca Laboremus - Modelo DF-200 separando-se a polpa do resíduo (cascas e sementes) (Figura 1). Do resíduo separou-se manualmente as sementes das cascas, sendo as cascas utilizadas para os experimentos de secagem.



Figura 1 – Separação dos resíduos - Sementes (A) e cascas do umbu-cajá (B)

Inicialmente foi determinado o teor de umidade inicial em triplicata das cascas em estufa a 105 °C segundo metodologia preconizada pelo Instituto Adolfo Lutz por um período de 24 horas (IAL, 2008). Posteriormente as cascas foram colocadas em cestas teladas em camada fina, com massa padronizada (25 g) e em triplicata, sendo submetidas à secagem em estufa com circulação forçada de ar nas temperaturas de 60, 70 e 80 °C. As cinéticas de secagem foram determinadas pesando-se as cestas com as amostras em intervalos regulares de 5, 10, 20, 30 e 60 min, até atingirem o equilíbrio higroscópico. Em seguida foi determinado o teor de umidade final das amostras secas segundo a mesma metodologia supracitada e calculadas as razões de umidade (Eq. 1) e traçadas as curvas da razão de umidade em função do tempo de secagem (cinéticas de secagem).

$$RX = \frac{X - X_e}{X_i - X_e} \quad (\text{Eq.1})$$

Onde:

RX - razão de umidade do produto (adimensional);  
 X - teor de umidade do produto (base seca);  
 Xi - teor de umidade inicial do produto (base seca);  
 Xe - teor de umidade de equilíbrio do produto (base seca).

Os modelos matemáticos descritos na Tabela 1 foram ajustados aos dados experimentais (curvas de cinética de secagem da casca do umbu-cajá) através de regressão não linear, pelo método Quase-Newton, utilizando-se o programa Statistica 7.0.

Tabela 1 - Modelos matemáticos utilizados para ajuste dos dados experimentais e determinação da cinética de secagem da casca do umbu-cajá

Modelo	Expressão matemática
Exponencial de Dois Termos	$RX = a.exp(-k.t) + (1 - a)exp(-k.a.t)$ Eq. (2)
Henderson e Pabis	$RX = a.exp(-k.t)$ Eq. (3)
Logarítmico	$RX = a.exp(-k.t) + c$ Eq. (4)
Midilli	$RX = a.exp(-kt^n) + b.t$ Eq. (5)
Page	$RX = exp(-k.t^n)$ Eq. (6)
Thompson	$RX = exp((-a - (a^2 + 4.b.t)^{0.5}) / 2.b)$ Eq. (7)

Onde: RX - razão do teor de umidade, adimensional; a, b, c, k, n – parâmetros dos modelos; t - tempo de secagem, min.

Para seleção do melhor modelo matemático ajustado foram avaliados os coeficientes de determinação (R<sup>2</sup>), os desvios quadráticos médios (DQM) (Eq. 8) e a distribuição dos resíduos (DR). Foi considerado como um ajuste satisfatório o modelo que apresentou alto valor de R<sup>2</sup>, próximo a um (1), baixo valor de DQM e a distribuição dos resíduos aleatória. A distribuição dos resíduos é considerada aleatória quando os resíduos se encontram próximos à faixa horizontal em torno do zero, como também, não formam figuras definidas, não indicando tendência dos resultados. Se a distribuição dos resíduos é tendenciosa o modelo é considerado inadequado (GONELI et al., 2011).

$$DQM = \sqrt{\frac{\sum (RU_{pred} - RU_{exp})^2}{N}} \quad \text{(Eq. 8)}$$

Onde:

DQM - desvio quadrático médio;  
 RU<sub>pred</sub> - razão de umidade predita pelo modelo;  
 RU<sub>exp</sub> - razão de umidade experimental;  
 N - número de observações realizadas durante o experimento.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentam-se na Figura 2, os dados experimentais da cinética de secagem da casca do umbu-cajá nas temperaturas de 60, 70 e 80 °C, expressos através do teor de umidade (% b.u.) em função do tempo de secagem (min).

Verificou-se a redução do tempo do processo de secagem

com o aumento da temperatura, comportamento já esperado uma vez que com a elevação da temperatura do ar de secagem cria-se um maior gradiente de umidade entre o produto e o ar, acarretando em maior taxa de remoção de água, independente do tipo de produto (SOUSA et al., 2011). Conseqüentemente, houve a diminuição do teor de umidade com o aumento da temperatura de secagem, apresentando teor de água inicial de 83,60% b.u. e final em equilíbrio higroscópico de 10,96% na temperatura de 60 °C, 9,60% em 70 °C e 8,65% em 80 °C. Comportamento frequentemente relatado em resíduos de produtos vegetais, como em casca de mulungu, resíduos de abacaxi e resíduos de manga (ALEXANDRE et al., 2013; MARTINS et al., 2014; ANDRÉ et al., 2014). As secagens da casca do umbu-cajá até massa constante duraram 440 min na temperatura de 60 °C, 405 min na temperatura de 70 °C e 335 min na temperatura de 80 °C.

Apresentam-se, na Tabela 2, os parâmetros dos modelos matemáticos Exponencial de Dois Termos, Henderson e Pabis, Logarítmico, Midilli, Page e Thompson, ajustados aos dados experimentais das cinéticas de secagem da casca do umbu-cajá e seus respectivos coeficientes de determinação (R<sup>2</sup>), desvios quadráticos médios (DQM) e distribuição dos resíduos (DR).

Constatou-se na temperatura de 60 oC que o modelo de Thompson apresentou o maior R<sup>2</sup> e o menor DQM, entretanto obteve DR tendenciosa, configurando um modelo inadequado nesta temperatura; diante disso o modelo indicado nesta temperatura foi o de Page por apresentar o segundo maior R<sup>2</sup>, menor DQM e DR aleatória. Nas temperaturas de 70 e 80 oC o melhor modelo foi o de Midilli apresentando os maiores R<sup>2</sup>, menores DQM e DR aleatória.

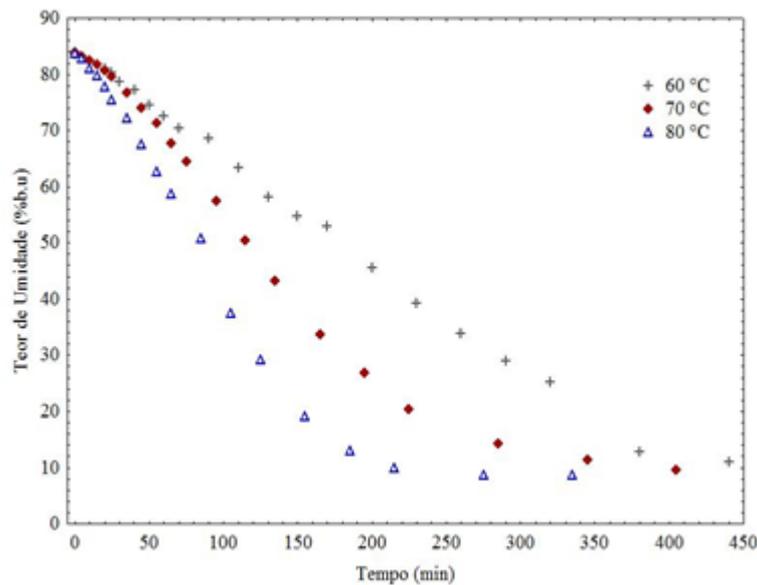


Figura 2 - Curvas de cinética de secagem da casca do umbu-cajá nas temperaturas de 60, 70 e 80 °C.

Observa-se, dentre os modelos testados, que o de Page apresentou  $R^2 \geq 0,9986$  e  $DQM \leq 0,0177$ , sendo o único modelo matemático a obter DR aleatória em todas as temperaturas de secagem. Goneli et al. (2011) relataram que um modelo é considerado aceitável se os valores dos resíduos apresentarem DR aleatória. Assim, o modelo de Page foi o mais adequado para representar a cinética de casca do umbu-cajá, em todas as temperaturas avaliadas. Sousa et al. (2015) observaram que o modelo de Page foi o que melhor representou o fenômeno de secagem das cascas de cajá em estufa com circulação forçada de ar nas temperaturas de 50, 60 e 70 °C.

Verificou-se que os demais modelos testados só são indicados para estimar as curvas de cinética de secagem das cascas de umbu-cajá em algumas temperaturas, por ter apresentado altos  $R^2$ , baixos DQM e DR aleatória: Exponencial de Dois Termos e Henderson e Pabis nas temperaturas de 60 e 70 °C; Logarítmico na temperatura de 60 °C; Midilli nas temperaturas de 70 e 80 °C; e Thompson em nenhuma temperatura, em razão de ter apresentado DR tendenciosa.

A constante de secagem 'k' que representa o efeito das condições externas de secagem, o qual tende a aumentar com a elevação da temperatura do ar (GONELI et al., 2009), dos modelos Henderson e Pabis, Logarítmico, Midilli e Page apresentou tendência crescente com o aumento da temperatura de secagem, visto que maiores temperaturas acarretam maiores taxas de secagem. Comportamento semelhante foi reportado por Alexandre et al. (2013) na secagem do resíduo de abacaxi nas temperaturas de 40 a 60 °C, evidenciando que o aumento da temperatura de secagem influenciou no aumento da constante 'k'.

Já a constante 'n' que está relacionada à resistência interna

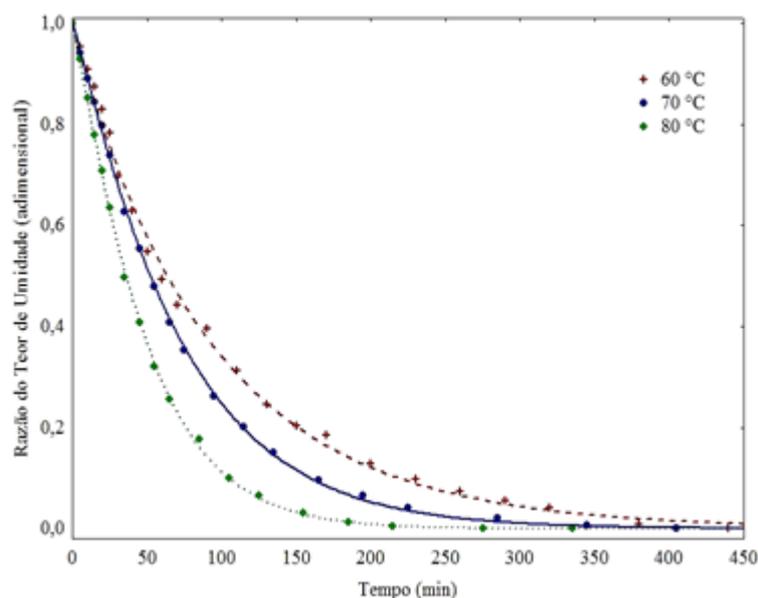
do material à secagem e possui um efeito de controle do tempo corrigindo os prováveis erros resultantes da negligência da resistência interna para a transferência de água (PEREZ et al., 2013; GUEDES & FARIA, 2000), aumentou com o incremento da temperatura no modelo de Page, e para o modelo de Midilli não apresentou comportamento definido. Goneli et al. (2014) ao estudarem a cinética de secagem das folhas de aroeira (*Schinus terebinthifolius* Raddi) em estufa de circulação de ar, nas temperaturas de 40 a 70°C, observaram que houve o aumento da constante 'n' com o acréscimo de temperatura ao ajustarem o modelo de Page. Já Martins et al. (2014) verificaram na modelagem do modelo de Midilli das cascas de mulungu nas temperaturas de 40, 50, 60 e 70 °C que não houve dependência do parâmetro 'n' com o acréscimo da temperatura, não apresentando comportamento definido. Quanto as constantes 'a', 'b' e 'c' dos modelos em estudo segundo Leite et al. (2015) os mesmos são apenas parâmetros dos modelos e não possuem significado físico.

Na Figura 3 estão dispostas as curvas das cinéticas de secagem da casca do umbu-cajá ajustadas pelo modelo de Page. Conforme o conjunto de valores dos  $R^2$  e DQM, bem como a aleatoriedade da distribuição dos resíduos em todas as temperaturas, o modelo de Page foi o escolhido para estimar a secagem da casca do umbu-cajá nas condições experimentais deste trabalho (Tabela 2). Gonçalves et al. (2016) ao ajustarem o modelo de Page aos dados de secagem, em estufa com circulação forçada de ar, da casca e polpa da banana verde (*Musa acuminata*) nas temperaturas de 55 a 75 °C, também observaram bons ajustes aos dados experimentais, com valores de  $R^2 > 0,99$ .

**Tabela 2** - Parâmetros obtidos para os modelos matemáticos ajustados às curvas de cinética de secagem da casca do umbu-cajá, coeficientes de determinação ( $R^2$ ), desvios quadráticos médios (DQM) e distribuição dos resíduos (DR)

Modelo	Temp. (°C)	Parâmetros					$R^2$	DQM	DR
		a	b	c	k	n			
Exponencial de Dois Termos	60	0,0045	-	-	2,4579	-	0,9985	0,0185	A
	70	0,0027	-	-	5,0107	-	0,9991	0,0147	A
	80	0,0024	-	-	8,2295	-	0,9983	0,0204	T
Henderson e Pabis	60	1,0023	-	-	0,0108	-	0,9985	0,0184	A
	70	1,0239	-	-	0,0139	-	0,9996	0,0102	A
	80	1,0356	-	-	0,0208	-	0,9991	0,0144	T
Logarítmico	60	0,9931	-	0,0141	0,0113	-	0,9986	0,0176	T
	70	1,0275	-	-0,0059	0,0137	-	0,9996	0,0099	A
	80	1,0444	-	-0,0126	0,0213	-	0,9993	0,0130	T
Midilli	60	0,8309	0,0002	-	0,0001	2,1849	0,9673	0,0849	T
	70	1,0037	0,0001	-	0,0094	1,0753	0,9998	0,0065	A
	80	1,0047	0,0001	-	0,0127	1,1175	0,9999	0,0061	A
Page	60	-	-	-	0,0122	0,9725	0,9986	0,0177	A
	70	-	-	-	0,0198	1,0771	0,9998	0,0069	A
	80	-	-	-	0,0222	1,1262	0,9998	0,0062	A
Thompson	60	-3,5713	0,6368	-	-	-	0,9987	0,0168	T
	70	-3,1900	6,5615	-	-	-	0,9992	0,0139	T
	80	-10,1667	4,4882	-	-	-	0,9984	0,0197	T

Em que: T – Tendenciosa; A – Aleatória;



**Figura 3.** Curvas de cinética de secagem da casca do umbu-cajá nas temperaturas de 60, 70 e 80 °C ajustadas pelo modelo de Page

## CONCLUSÃO

Dentre os modelos matemáticos ajustados aos dados experimentais da cinética de secagem das cascas do umbu-cajá, o de Page foi selecionado como o mais adequado para prever o fenômeno estudado, apresentando altos  $R^2$  ( $\geq 0,9986$ ), baixos desvios quadráticos médios ( $\leq 0,0177$ ) e distribuição dos resíduos aleatória em todas as temperaturas. Os modelos matemáticos Exponencial de Dois Termos (60 e 70 °C), Henderson e Pabis (60 e 70 °C), Logarítmico (70 °C) e Midilli (70 e 80 °C) também podem ser utilizados em temperaturas específicas para estimar os dados experimentais da cinética de secagem das cascas do umbu-cajá, pois resultaram em bons ajustes aos dados experimentais com  $R^2$  superiores a 0,98 e baixos valores de DQM e DR aleatória.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDRE, H. V.; SILVA, F. L. H.; GOMES, J. P.; SILVA, O. S.; CARVALHO, J. P. D.; LIMA, E. E. Cinética de secagem do resíduo de abacaxi enriquecido. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.17, n.6, p.640-646, 2013.
- ANDRÉ, A. M. M. C. N.; CASTRO, D. S.; ALMEIDA, R. D.; MOREIRA, I. S. Análise e comparação dos modelos matemáticos da secagem do resíduo de manga 'Tommy Atkins'. **Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável**, v.9, n.5, p.1-6, 2014.
- CORRÊA, P. C.; RESENDE, O.; MARTINAZZO, A. P.; GONELI, A. L. D.; BOTELHO, F. M. Modelagem matemática para a descrição do processo de secagem do feijão (*Phaseolus vulgaris* L.) em camadas delgadas. **Engenharia Agrícola**, v.27, n.2, p.501-510, 2007.
- GONELI, A. L. D.; CORREA, P.; AFONSO JUNIOR, P. C.; OLIVEIRA, G. H. H. Cinética de secagem dos grãos de café descascados em camada delgada. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v.1, n.11, p.64-73, 2009.
- GONELLI, A. L. D.; CORRÊA, P. C.; MAGALHÃES, F. E. A.; BAPTESTINI, F. M. Contração volumétrica e forma dos frutos de mamona durante a secagem. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v.33, n.1, p.1-8, 2011.
- GONELI, A. L. D.; VIEIRA, M. C.; VILHASANTI, H. C. B.; GONÇALVES, A. A. Modelagem matemática e difusividade efetiva de folhas de aroeira durante a secagem. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, v.44, n.1, p.56-64, 2014.
- GUEDES, A. M. M.; FARIA, L. J. G. Determinação da constante de secagem de urucum (*Bixa orellana* L.) em secador convectivo de leito fixo. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, v.2, n.1, p.73-86, 2000.
- GONÇALVES, J. Q.; SILVA, M. A. P.; PLÁCIDO, G. R.; CALIARI, M.; SILVA, R. M.; MOURA, L. C.; SOUZA, D. G. Secagem da casca e polpa da banana verde (*Musa acuminata*): Propriedades Físicas e Funcionais da farinha. **Global Science and Technology**, v.9, n.3, p.62-72, 2016.
- IAL. Instituto Adolfo Lutz. **Métodos físico-químicos para análise de alimentos**. 4.ed. São Paulo: IAL, 2008. 1020p.
- MARTINS, J. J. A.; MARQUES, J. I.; SANTOS, D. C.; ROCHA, A. P. T. Modelagem matemática da secagem de cascas de mulungu. **Bioscience Journal**, v.30, n.6, p.1652-1660, 2014.
- MIGUEL, A. C.A.; ALBERTINI, S.; BEGIATO, G. F.; DIAS, J. R. P. S.; SPOTO, M. H. F. Aproveitamento agroindustrial de resíduos sólidos provenientes do melão minimamente processado. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, v.28, n.3, p.733-737, 2008.
- LEITE, A. L. M. P.; SILVA, F. S.; PORTO, A. G.; PIASSON, D.; SANTOS, P. Contração volumétrica e cinética de secagem de fatias de banana variedade Terra. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, v.45, n.2, p.155-162, 2015.
- LIMA, E. D. P. A.; LIMA, C. A. A.; ALDRIGUE, M. L.; GONDIM, P. J. S. Caracterização física e química dos frutos da umbu-cajazeira (*Spondias spp*) em cinco estádios de maturação, da polpa congelada e néctar. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v.24, n.2, p. 338-343, 2002.
- PEREZ, L. G.; OLIVEIRA, F. M. N. DE; ANDRADE, J. S.; MOREIRA FILHO, M. Cinética de secagem da polpa cupuaçu (*Theobroma grandiflorum*) pré desidratada por imersão-impregnação. **Revista Ciência Agrônômica**, v.44, n.1, p.102-106, 2013.
- RESENDE, O.; FERREIRA, L. U.; ALMEIDA, D. P. Modelagem matemática para descrição da cinética de secagem do feijão Adzuki (*Vignaangularis*). **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, v.12, n.2, p.171-178, 2010.
- SANTANA, I. B. B.; OLIVEIRA, E. J.; SOARES FILHO, W.S.; RITZINGER, R.; AMORIM, E. P.; COSTA, M. A. P. C.; MOREIRA, R. F. C. Variabilidade genética entre acessos de umbu-cajazeira mediante análise de marcadores ISSR. **Revista Brasileira de Fruticultura**, v.33, n.3, p.868-876, 2011.

SANTOS, D. C.; QUEIROZ, A. J. M.; FIGUEIRÊDO, R. M. F.; OLIVEIRA, E. N. A. Cinética de secagem de farinha de grãos residuais de urucum. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.17, n.2, p.223-231, 2013.

SIQUEIRA, V. C.; RESENDE, O.; CHAVES, T. H. Dryng kinetics of jatropha seeds. **Revista Ceres**, v.59, n.2, p.171-177, 2012.

SOUSA, K. A.; RESENDE, O.; CHAVES, T. H.; COSTA, L. M. Cinética de secagem do nabo forrageiro (*Raphanus sativus* L.). **Revista Ciência Agronômica**, v.42, n.4, p.883-892, 2011.

SOUSA, F. C.; SILVA, L. M. M.; LEMOS, D. M.; M. I. S.; LINS, A. D. F. Secagem de resíduos de *Spondias* sp. em camada fina. **Revista Agropecuária Técnica**, v.36, n.1, p.197-202, 2015.